Pirmykščių funkcijų ir neapibrėžtinių integralų atmintinė

• Funkcija F yra funkcijos f **pirmykštė funkcija**, jei $F'(x) = f(x)$, visiems x.

Pavyzdys: tarkim, $F(x) = x^3 + 5x + 10$ ir $f(x) = 3x^2 + 5$. Matome, kad $F'(x) = (x^3 + 5x + 10)' = (x^3)' + (5x)' + (10)' = 3x^2 + 5 = f(x)$. Taigi, funkcija F yra funkcijos f pirmykštė funkcija.

• Visas funkcijos f pirmykštes funkcijas užrašome naudodami **neapibrėžtinio integralo** ženklą: jei funkcija F yra funkcijos f pirmykštė funkcija, tai visos funkcijos f pirmykštės funkcijos yra $\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + C$, $C \in \mathbb{R}$.

Pavyzdys: $\int (2x+5)\,\mathrm{d}x = x^2 + 5x + C$, nes $(x^2 + 5x + C)' = 2x + 5$.

• Neapibrėžtinių integralų **skaičiavimo formulės**:

1) $\int a\,\mathrm{d}x = ax + C$, $a \in \mathbb{R}$,

Pavyzdys: $\int 3\,\mathrm{d}x = 3x + C$;

2) $\int x\,\mathrm{d}x = \dfrac{x^2}{2} + C$,

Prisiminkite: $x = x^1$;

3) $\int x^n\,\mathrm{d}x = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C$, $n \in \mathbb{R}$, $n \neq -1$,

Pavyzdys: $\int x^5\,\mathrm{d}x = \dfrac{x^{5+1}}{5+1} + C = \dfrac{x^6}{6} + C$,

Prisiminkite: $x^{-n} = \dfrac{1}{x^n}$, $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$, $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$, $\dfrac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$, $(x^n)^m = x^{nm}$;

4) $\int \dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln|x| + C$,

Prisiminkite: $\dfrac{1}{x} = x^{-1}$;

5) $\int \sin x \, \mathrm{d}x = -\cos x + C;$

6) $\int \cos x \, \mathrm{d}x = \sin x + C;$

7) $\int \frac{1}{\cos^2 x} \, \mathrm{d}x = \mathrm{tg}\, x + C;$

8) $\int \frac{1}{\sin^2 x} \, \mathrm{d}x = -\mathrm{ctg}\, x + C;$

9) $\int a^x \, \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ a \in \mathbb{R},\ a > 0,\ a \neq 1,$

Pavyzdys: $\int 4^x \, \mathrm{d}x = \frac{4^x}{\ln 4} + C,$

Atkreipkite dėmesį: $\int e^x \, \mathrm{d}x = \frac{e^x}{\ln e} + C = e^x + C.$

• Neapibrėžtinių integralų **savybės**:

1) $\int af(x) \, \mathrm{d}x = a \int f(x) \, \mathrm{d}x,\ a \in \mathbb{R},$

Pavyzdys: $\int 10x^4 \, \mathrm{d}x = 10 \int x^4 \, \mathrm{d}x = 10 \cdot \frac{x^5}{5} + C = 2x^5 + C;$

2) $\int (f(x) \pm g(x)) \, \mathrm{d}x = \int f(x) \, \mathrm{d}x \pm \int g(x) \, \mathrm{d}x,$

Pavyzdys: $\int (x + e^x - \frac{1}{x}) \, \mathrm{d}x = \int x \, \mathrm{d}x + \int e^x \, \mathrm{d}x - \int \frac{1}{x} \, \mathrm{d}x = \frac{x^2}{2} + e^x - \ln|x| + C;$

3) Jei $\int f(x) \, \mathrm{d}x = F(x) + C$, tai $\int f(ax + b) \, \mathrm{d}x = \frac{1}{a} F(ax + b) + C,$

Pavyzdys: $\int (2x+5)^7 \, \mathrm{d}x = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+5)^8}{8} + C = \frac{(2x+5)^8}{16} + C$, nes $a = 2$ ir $\int x^7 \, \mathrm{d}x = \frac{x^8}{8} + C,$

Pavyzdys: $\int \sin(20 - x) \, \mathrm{d}x = \frac{1}{-1} \cdot (-\cos(20 - x)) + C = \cos(20 - x) + C,$

Pavyzdys: $\int \frac{3}{1 + x} \, \mathrm{d}x = 3 \cdot \frac{1}{1} \ln|1 + x| + C = 3 \ln|1 + x| + C.$